

包含度理论——不确定性研究的方法学

张文修

(西安交通大学应用数学研究中心, 西安 710049)

[摘要] 不确定性推理是人工智能的关键问题。本文引进了包含度的概念以及包含度的生成方法, 给出了包含度在专家系统中关于知识获取与推理的某些应用。

不确定性是人工智能中最活跃的研究领域, 对于发展智能计算机有着重要意义。不确定性推理有定量方法、定性方法以及两者相结合的方法。对于定量方法, 首先是与测度及不确定性信息相关。不同的测度与表示方法得到不同的不确定性推理, 如包含有 MYCIN 不确定因子与主观贝叶斯推理的概率推理方法、证据推理方法、模糊推理方法、信息推理方法等。上述方法的共同特征是用概率测度、信息测度、似然测度、可能性测度、必然性测度给出假设的度量。不确定性推理的本质是在各种测度下对于包含关系给出一种估计。概括已有的不确定性推理使我们引进了包含度的概念, 它足以表达各种不确定性推理的共同特征。

[关键词] 包含度, 不确定性推理, 相似度

不确定性是客观存在的大量现象和事物的特征。随着研究范围的扩大, 研究内容的深入, 不可能回避对不确定现象与事物的研究。Zadeh 于 1965 年提出模糊集是对经典集合的扩充, 从而包含了“对象”的不确定性。包含度理论^[1]是对“包含关系”的“扩充”, 从而包容了“关系”的不确定性。模糊集理论与包含度理论相辅相成, 成为研究不确定性的重要工具, 同时也是研究不确定性的方法学。

1 不确定性是一种客观存在

在客观实际中, 不确定性处处存在。

首先, 客观事物是发展变化的, 它本身就是不确定的。比如“年轻人”和“老年人”本身就是一个过渡, 不可能对某些人简单地称为“年轻人”, 也不可能简单地称某些人为“老年人”; 同样, 也不可能简单地把某个女孩归为“漂亮的女孩”或“不漂亮的女孩”; 也不能把体操运动员的动作简单地分为“优美”和“不优美”, 把某项决策行为简单地归结为“好的决策”或“不好的决策”, 等等。这是因为客观事物既然是发展变化的, 它必然存在着过渡状态, 而不能简单地划分为两部分, 在这种过渡阶段就存在着不确定性。也即, 在客观世界中存在大量的不确定的研究对象。

另外一种不确定性即是不确定的关系。比如“西红柿红了, 那么西红柿熟了。”并未表明红到什么程度西红柿才算熟了, 也未表明有点红的时候西红柿熟到什么程度; 又如“前面有车, 汽车要开慢一点。”并未表明汽车要慢到什么程度, 也未表明前面的车速和车距多大时,

本文于 1996 年 2 月 14 日收到。

要求汽车慢到什么程度；“天上下雨地下湿”，既未表明下多大雨地下才湿，也未表明下雨的大小与时间长短和地下湿的明确关系；股市大涨时要迅速购买股票，也未明确涨幅与购买股票量的关系，等等。现实生活的经验给人们以知识，这种知识反映了两种不确定事物的关系，而这种关系又是不确定的，不确定的关系导致不确定的结果。

从人的认识过程来讲，客观的对象是无限的，而人存在的空间和时间是有限的，在具体历史条件和具体环境条件下，人对客观的认识不可能不受历史与环境的限制。人们不可能得到客观世界的全部信息，更不可能得到今后发展变化的全部信息，所以人的知识与推断也有不确定的一面。

随着人们研究范围的扩大，研究领域的深入，这种不确定性必然成为一个重要的研究对象。有些对象和现象包容的不确定性少一些，可以用经典逻辑和经典数学去研究它，象在经典力学中那样。在社会科学、经济科学、管理科学、思维科学某些领域，经典逻辑与经典数学就表现出某种局限性，而需要有一种适应不确定性现象研究的方法学。

2 经典逻辑对于不确定性研究的局限性

经典逻辑是一种“非此即彼”的二值逻辑，要么“是”，要么“不是”，有着分明的界限；从包含关系来讲，要么“包含”，要么“不包含”。这样，既抹杀了事物本身发展变化的过渡状态，也抹杀了事物之间关系的多样性与复杂性。

我们要精密地研究客观世界的对象与关系，首先必须把变化的事物静止下来，把有联系的事物割裂开来，把无限的事物变为有限的事物，把复杂的关系变为简单的关系，以给出客观事物的一个分明的界限。人们规定什么对象属于这个事物，什么对象不属于这个事物，这就是经典集合。经典集合反映了一个对象作为个体确定性的一面，同时还有人为的强制性的规定性一面。在确定性为主的时候，人们用这样的方法加以研究，并得出比较精确的符合实际的结果。但在不确定性表现突出的情况下，用这种方法进行研究的结果虽然精密，但常常不符合实际。正如 Zadeh 所指出的，“系统越复杂，人们对其精密而有意义的描述能力将相应降低，以至使“精密性”与“有意义”两者几乎达到互相排斥的地步。”因此，要想确切地描述复杂的现象和系统的任何现实的物理状态，事实上是办不到的。为了对整个问题的描述有意义，我们必须在精密与有意义之间寻求某种平衡，在逻辑与实际之间寻求某种折中，既不能不要逻辑地回到经验生活，又不能不顾实际地去追求逻辑的严密性。回顾数学发展历史，正是经历了这样一个过程。随着研究领域的不断扩大，数学方法有了大幅度进展，微分的引入使数学从常量数学到变量数学，概率的引入使数学从确定性数学到随机性数学。随机性数学是指描述的现象是随机变化的，而描述的工具仍然是精密的。模糊集与包含度理论使数学从确定性数学到不确定性数学，使数学可以描述更广泛一类的不确定性现象。在一定意义下，随机性是一种不确定性，是一种特殊的不确定性。但是不确定性并不就是随机性。有些理论也把不确定性归结为随机性，但是这样做使问题更加复杂化，正像企图把随机性也归结为一种确定性一样，不利于真正的科学研究工作。

3 模糊集合与包含度理论

模糊集合由 Zadeh 提出，它虽然是一个简单的概念，但是他长期酝酿的结果。他在研究

大系统的控制时,由于系统的复杂性所对应的数学刻划的不现实性,而引出模糊集合。他从理性中走出来又回到经验,许多经验的控制结果超出了数学模型控制的效果,他从中得到了新的启示。

模糊集合是对经典集合的扩充^[10]。经典集合规定性是一个元素要么属于这个集合,要么不属于这个集合,二者必居其一。模糊集合是将“属于”与“不属于”作为两个极端情况,除此之外还有一些元素既属于又不属于这个集合,给出某个元素属于这个集合的程度。比如60岁属于“老年人”的程度为0.6,随着年龄的增大,属于“老年人”的隶属程度也逐渐增大。80岁以后隶属于“老年人”的程度为1,50岁以下隶属于“老年人”的程度是0,这是经典集合中两种极端的情况。模糊集合更客观地反映了某种过渡性,更好地刻划了“大一点”、“小一点”、“左一点”、“右一点”这些不确定的概念。因此在现代控制中更合乎情理,更具有人情味,在家电工业和工业过程控制中都得到了成功的应用。包含度理论是包含关系的“模糊化”^[11-14]。经典逻辑中两个集合要么包含,要么不包含,二者必居其一,这种极端的分界把“关系”过于简单化。比如会飞的鸟显然是鸟,因为会飞的鸟是鸟的一部分。但是按照原来的研究方法,鸟并不是会飞的鸟的一部分,有些鸟并不会飞。按照传统逻辑我们就不能使用“鸟会飞”的结论,这对人们思考问题是一个多么大的限制。事实上99%以上的鸟都会飞,也就是说“鸟”包含于“会飞的鸟”的程度在0.99以上,接近于1,人们可以使用“鸟会飞”的结论。在人们思考问题过程中,大量地应用这种包含度很大的结论,正是人的思维灵敏性与柔和性所在,也是人们创造性的来源。

模糊集理论最重要的是给出模糊集的概念,包含度理论最重要的是给出包含度的概念。所谓包含度是指一个集合 A 包含于一个集合 B 的程度 $D(B/A)$,满足以下公理:

$$\text{公理 1} \quad 0 \leq D(B/A) \leq 1$$

$$\text{公理 2} \quad A \subset B \text{ 时, } D(B/A) = 1$$

$$\text{公理 3} \quad A \subset B \subset C \text{ 时, } D(A/C) \leq D(A/B)$$

$$\text{公理 4} \quad A \subset B \text{ 时, 对于任意 } C \text{ 有 } D(A/C) \leq D(B/C)$$

为了直观起见,上面四条公理是针对经典子集定义的。第一条是包含度的规范化;第二条是包含度和经典包含的协调性;第三、四两条是包含度的单调性。粗略地说,一个较小的集合比较容易包含在一个比较大的集合里边。

设 X 是一个经典集合, A 是 X 上的一个模糊集合,如果存在 X 上的一个在 $[0,1]$ 上取值的映射 $A(x)$, $A(x)$ 称为 A 的隶属函数,它表示 x 隶属于 A 的程度。若两个模糊集合 A 和 B 满足 $A(x) \leq B(x)$, 对所有 x 成立,称 A 包含于 B , 记作 $A \subset B$ 。包含度的概念也可以定义在模糊集上,即定义 A 包含于 B 的程度 $D(B/A)$, 它同样要满足上述四条公理。

由包含度概念出发,我们也可以在 $[0,1]$ 上定义“包含度”,它实质上是“小于度”。对于 $[0,1]$ 上的任意两个数 a 和 b , 称 $D(b/a)$ 为 a “包含”于 b 的程度,如果它满足以下四条公理:

$$\text{公理 1} \quad 0 \leq D(b/a) \leq 1$$

$$\text{公理 2} \quad a \leq b \text{ 时, } D(b/a) = 1$$

$$\text{公理 3} \quad a \leq b \leq c \text{ 时, } D(a/c) \leq D(a/b)$$

$$\text{公理 4} \quad a \leq b \text{ 时, 对于任意 } c \text{ 有 } D(a/c) \leq D(b/c)$$

这种“包含度”也使得数学描述更符合实际。比如两个人的真实高度,甲为1.735m,乙为1.736m,甲比乙低。但在测量中甲可能测量为1.736m,乙可能测量为1.735m,这样测量结果会得到“乙比甲低”的相反结论。如果用包含度理论,我们可以利用 $[0, 1]$ 上的包含度公式,用测量结果计算得到“甲比乙低”的程度为0.98,而不会得出完全相反的结论。

不管是经典集的包含关系、模糊集的包含关系,还是 $[0, 1]$ 上的“ \leq ”关系,都是一种半序关系。因此包含度理论可以扩充到半序集上。

4 包含度理论与不确定性推理

一种新的理论是否是好的,第一个标志是它是否包含过去已有的理论和成果。包含度理论具有这种性质,它包容了不确定性推理的所有结果。

在不确定性推理中,最早出现的是概率推理,利用条件概率进行推理,而条件概率恰好是一种包含度。由于在条件变量较多的情况下,条件概率的数量大大增加,这在实际中是难于获得的,因此出现了概率推理的两种变形:一种是主观 Bayes 方法;一种是 MYCIN 不确定因子方法。主观 Bayes 方法是给出条件成立时假设成立的强度 LS,和条件不成立时假设成立的强度 LN,用两个规则强度 LS 和 LN 计算条件概率,如果用 LS 和 LN 计算其它的包含度就拓展了主观 Bayes 方法。MYCIN 不确定因子是利用给定条件下信任增加的程度 MB 和怀疑增加的程度 MD 给出不确定因子,而不确定因子规范化以后恰好也是包含度^[1]。

Dempster 和 Sgafer 提出证据理论以后,广泛地应用到不确定性推理。证据理论中主要是利用 mass 函数,它是由人的经验给出的一种评价函数,形成弱于概率测度的似然测度和信任测度。在关系数据库上利用包含度理论可以生成各种形式的信任测度和似然测度^[5-7]。

模糊推理中的蕴含算子是包含度,即对于 $[0, 1]$ 上的任意两个数及三角模 $T^{[10]}$, $D(b/a) = a \tau b = \sup\{c; T(a, c) \leq b\}$ 是 $[0, 1]$ 上的包含度。从而由模糊规则生成的模糊关系是包含度。同时对于可能度 $\Pi^{[10]}$

$$D(\underline{B}/\underline{A}) = \Pi(\underline{A}^c \cup \underline{B})$$

$$D(\underline{B}/\underline{A}) = \sup\{t; \Pi(\underline{A} \cap \underline{B}) = T(t, \Pi(\underline{A}))\}$$

是模糊集 \underline{A} 关于 \underline{B} 的包含度 $[0, 1]$ 。

在信任推理中使用的条件信息量,即 $P(\bar{A}/\bar{B})$ 是 A 关于 B 的包含度^[1]。

由此可见,包含度理论概括了已有的各种不确定性推理方法。只要有一种包含度,就有一种不确定性推理。同时,我们可以从包含度出发,研究包含度的合成、传播与修正方法^[7]。这样,包含度理论为不确定性推理提供了统一的理论框架与一般研究方法。

5 包含度理论与专家系统

一种理论是否是好的第二个标志是,它能够解决一些过去无法解决的问题。

专家系统中有两类问题非常重要,一是知识库中知识的获取,二是对于矛盾知识的排除。

专家要获取知识首先要有案例,比如“当市场疲软、基建规模压缩、物价上涨、失业率增加时,要减少投资。”这是一个案例。案例由两部分组成,一部分是条件属性的不同状态;一部分是假设的不同结果。案例是可以重复、不一致,甚至是矛盾的。它是多个专家的经验,

一般数量是比较大的。知识获取是在大量的案例中提炼出几条规则,这些规则就构成了知识库中的知识。

我们可以用案例中假设的状态分类案例,记这种分类为 $\mathcal{B} = \{B_j; j \leq q\}$,其中 B_j 中的案例表示假设的第 j 个结果, q 表示假设的所有可能结果。同样,我们也可以用案例中的条件属性(或部分属性)将案例进行分类,记这种分类为 $\mathcal{A} = \{A_i; i \leq p\}$,其中 A_i 中的案例表示条件属性的第 i 个状态, p 表示条件属性所有可能的状态。若对于某个 A_i ,存在 B_j ,使 $A_i \subset B_j$,我们即得到规则:若条件属性为第 i 个状态,则假设有第 j 个结果,记为“ $A_i \Rightarrow B_j$ ”。但是对于某些 A_i ,可能会对所有的 B_j 有 $A_i \subset B_j$ 不成立,这时无法得到规则。如果我们用 $D(B_j/A_i)$ 表示 A_i 包含于 B_j 的程度,取 B_{j_0} 使^[8] $a_i = \max_{j \leq q} D(B_j/A_i) = D(B_{j_0}/A_i)$,那么我们即得到不确定性规则:

若条件属性为第 i 个状态,则假设有第 j_0 个结果(a_i)记为“ $A_i \rightarrow B_{j_0}(a_i)$ ”,其中 a_i 表示规则强度。若 a_i 接近于 1,那么可以将“ $A_i \rightarrow B_{j_0}$ ”作为一条规则放入知识库中。

当规则强度 a_i 较小时,我们可以增加条件属性中的属性个数。一般来说,用条件属性将案例分类,从一个属性开始,不断增加属性,一直到所有假设结果都能得到一个好的规则为止,即所有规则强度都接近于 1 为止。

用包含度理论从案例中提取知识是一种简单而成功的方法。这种方法还可以用在模式识别中。

包含度理论的另外一个成功的应用是矛盾规则的排除^[9]。

知识库中的知识既可以用上述方法得到,也可以是专家的经验。不管是哪种情况,都难于保证知识库中的知识是协调的。知识库中的知识必须要有一定的协调性,否则会影响知识库的使用效果。

我们用“ $A_1 \rightarrow B_1$ ”和“ $A_2 \rightarrow B_2$ ”表示两条模糊规则。用 $S(A_1, A_2)$ 表示两条规则的前件的相似度,用 $S(B_1, B_2)$ 表示两条规则后件的相似度,若 $S(A_1, A_2) \leq S(B_1, B_2)$ 表示两条模糊规则是模糊谐调的,但是这种条件一般并不成立。于是我们用 $[0, 1]$ 上的包含度 D 建立两条模糊规则的谐调度 $C_{12} = D(S(B_1, B_2)/S(A_1, A_2))$, $C_{12} = 1$ 表示两条模糊规则是模糊谐调的。对于一组模糊规则“ $A_i \rightarrow B_i$ ”($i \leq n$),可以求任何两条模糊规则之间的谐调度而构成谐调度矩阵: $C = (C_{ij}; i, j \leq n)$,从谐调度矩阵中找出最小的数排除相应的行与列,一直到谐调度矩阵元素都不小于某一个 a 强度为止,剩余的规则即是相对谐调的规则集。

利用包含度理论解决规则谐调问题,得到了一个很重要的结果。在模糊推理中,一条规则“ $A_i \rightarrow B_i$ ”有一个关系 R ,使 $A_i \cdot R = B_i$ ($i \leq n$)。对于不同的规则, R 是不相同的。什么条件下能够有一个统一的 R ,使 $A_i \cdot R = B_i$ ($i \leq n$) 成立,这是多条模糊规则能够进行推理的前提。如果用相似度

$$S(A_1, A_2) = \min_x \frac{(A_1(x) \wedge A_2(x))}{(A_1(x) \vee A_2(x))}$$

类似地,相似度 $S(B_1, B_2)$ 和包含度 $D(b/a) = 1 \wedge (1 - a + b)$,即可得到多条模糊规则有公共解 R 的充分必要条件^[9]。所有的 $C_{ij} = 1$ 是它的必要条件。

6 包含度理论的意义

包含度理论给出了包含关系的定量描述,同时也给出了半序关系的定量描述。这样,包含度理论把对于确定性关系的研究推进到不确定性关系的研究。

“关系”与“集合”是客观世界的两个重要特征,也是研究客观世界的两个最重要的概念。它们相互转化,又相辅相成。特别是对于“关系”概念的扩充与拓广,进一步拓广了不确定性的研究范围。凡是在经典逻辑中用包含关系研究的内容都可以拓广到用包含度理论进行研究,而包容更多的现象。因此,包含度理论对人工智能、专家系统、模式识别、系统分析、管理决策、经济规划都有着重要的意义。

包含度理论不仅是研究不确定性现象的工具,而且是研究不确定性的方法学。

参 考 文 献

- [1] 张文修,梁怡. 不确定性推理原理. 西安:西安交通大学出版社,1996.
- [2] 张文修,梁广锡,梁怡. 包含度及其在人工智能中的应用. 西安交通大学学报,1995(8).
- [3] 陈雁,徐萍,张文修. 关系数据库上的证据生成与合成. 计算机学报,1994(10).
- [4] 梁广锡,张文修. 包含度理论及其在专家系统中的应用. 工程数学学报,1994(4).
- [5] 梁广锡,梁怡,张文修. 模糊关系数据库上的证据生成与合成. 工程数学学报,1994(3).
- [6] 张文修,徐萍. 随机关系数据库上的证据生成与合成. 西安交通大学学报,1993(4).
- [7] 梁怡,杨金丽. 专家系统中证据合成、传播与修正. 模糊系统与数学(待发表).
- [8] 张文修,梁怡. 关系数据上的知识获取. 西安交通大学学报(待发表).
- [9] 梁怡,张文修. 模糊规则的协调性与矛盾规则的排除. 计算机学报(待发表).
- [10] 张文修,王国俊,刘旺金,方锦喧. 模糊数学引论. 西安:西安交通大学出版社,1991.

THEORY OF INCLUDING DEGREES——METHODOLOGY OF UNCERTAINTY RESEARCH

Zhang Wenxiu

(Research Center for Applied Mathematics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

Abstract Uncertainty inference is a key problem for artificial intelligence. In this paper, the concept of including degree is introduced and some methods of generating including degrees are given. Some applications of including degrees to the retrieval and inference in expert systems are demonstrated.

Uncertainty inference is one of the most active research fields in artificial intelligence as well as an important means for developing intelligent computers. Its main approaches are quantitative methods, qualitative methods and other methods incorporating both. For the quantitative methods approach, the first step is to represent and measure the uncertain information. Different representing and measuring methods result in different kinds of uncertainty inference. Currently, the widely used methods include probability-based inference meth-

ods such as methods of MYCIN and methods of subjective Bayes, evidence theory-based inference methods, fuzzy set-based inference methods and information-based methods, etc.. The common character of the above methods is to measure the hypothesis with a measure which may be probability measure, belief measure, likelihood measure, possibility measure and necessity measure, etc.. The nature of uncertainty inference is to give evaluations on inclusion relationships by means of various measures. On the basis of abstracting the existing methods of uncertainty inferences, this paper introduces the concept of including degree which catches the common characters of various methods of uncertainty inferences.

Key words including degree, uncertainty inference, similar degree

· 信 息 ·

国家自然科学基金委员会成立管理科学部

管理科学是自然科学与社会科学的结合,是推动现代社会进步、实施科技兴国战略的重要学科门类。国家自然科学基金委员会自1986年成立之日起,就设立了管理科学组,面向全国受理与资助管理科学的项目申请,10年来为促进我国管理科学的发展作出了重要贡献,受到我国管理科学界、国家有关部门的充分肯定。为适应新形势的需要,经中央机构编制委员会批准,国家自然科学基金委员会管理科学组升格为管理科学部。

1996年7月25日,朱镕基同志参加了国家自然科学基金委员会管理科学学科发展座谈会,就当前的经济形势和管理科学发展问题作了重要讲话。他以清华大学管理学院院长的名义热烈祝贺国家自然科学基金委员会管理科学部的成立,预祝管理科学在我国能够得到振兴和发展,促进我国的经济体制改革与经济发展。

7月31日,在管理科学部成立会上,我国管理界学者、专家结合当前和今后一个时期的经济社会发展及其对管理科学的需求,讨论了管理科学的发展战略。专家们认为:我国已有几十年的管理科学研究与实践经验的积累,管理科学应该在促进我国经济体制由计划经济向市场经济的转变、经济发展模式由粗放经营型向集约经营型转变的过程中发挥重要作用。认为管理科学在今后的主要任务是:(1)加强管理科学理论研究,在学习、吸收西方先进的管理理论、管理思想的同时,紧密结合我国实际,发展适合中国国情的管理科学理论。(2)加强管理科学的应用研究,一方面要大力推广现有的管理科学研究成果的实际应用,解决国民经济建设中的实际问题。另一方面,要促进管理科学专家与具有丰富实践经验的管理工作者的结合,提高管理的现代化水平。(3)加速管理科学人才培养,通过基金资助,培养大批既掌握现代管理理论,同时又了解中国实际的管理人才,以适应经济社会发展对高层次管理人才的需求。(4)大力开展管理科学重要性的宣传,使社会各界及公众理解、重视管理科学对发展经济、提高效率的重要意义,不断提高对发展管理科学的认识,增强管理意识。

(宣传处 供稿)